

**INDIVIDUELE VERSCHILLEN TUSSEN
LEERLINGEN EN DIFFERENTIATIE
METHODIEKEN IN HET
WISKUNDEONDERWIJS**

S.P. van 't Riet, A.H. de Gruyter en J.H.C. Vonk

**Vrije Universiteit Amsterdam
Christelijke Hogeschool Windesheim Zwolle**

Inleiding

Differentiatie, of het aanpassen van het onderwijs aan verschillen tussen leerlingen, speelt sinds de invoering van de Mammoetwet in iedere discussie over vernieuwingen in het voortgezet onderwijs een sleutelrol. Als gevolg daarvan is de laatste jaren voor veel schoolvakken gedifferentieerd onderwijs-leermateriaal ontwikkeld, dat wil zeggen, leerboeken waarvan de inhoud aansluit bij voor het betreffende onderwijs relevante cognitieve verschillen tussen leerlingen. Meestal gebeurde dat in een min of meer experimentele setting, waarbij een geselecteerde en enthousiaste groep docenten als referentiegroep functioneerde. Deze docenten konden meestal goed met het genoemde materiaal overweg. Het gebruik er van door andere docenten blijkt echter zeer vaak op problemen te stuiten. Het leidt er in veel gevallen toe dat men na aanvankelijk enthousiaste reacties, na verloop van tijd weer terug valt op het traditionele en beproefde patroon van klassikaal lesgeven.¹ Hoe docenten in het reguliere onderwijs met dat gedifferentieerde lesmateriaal omgaan - *het differentiatiegedrag van docenten* -, welke problemen ze ermee hebben en welke factoren van invloed zijn op dat gedrag en hoe via scholing en nascholing dat gedrag is te beïnvloeden, is weinig onderzocht.

In het Ontwerp van wet op de Basisvorming wordt uitgegaan van een zekere mate van differentiatie in het leerstofaanbod. Veel docenten zullen in het kader van de invoering van de nieuwe curricula deelnemen aan nascholingscursussen die gericht zullen zijn op de ontwikkeling van differentiatiegedrag, d.w.z. het adequaat leren omgaan met gedifferentieerd onderwijs-leermateriaal in heterogene

1 Het verschil tussen klassikaal en gedifferentieerd onderwijs kan verklaard worden uit de rol die men in het onderwijsleerproces toekent aan verschillen tussen leerlingen. Bij klassikaal lesgeven onderkent een docent natuurlijk verschillen tussen leerlingen, maar is er voortdurend op uit die verschillen zo veel mogelijk te neutraliseren. Hij richt zich in zijn didactisch handelen op het gemiddelde niveau van de leergroep waaraan hij lesgeeft (Wet van Posthumus). Leerlingen die onder of boven dat gemiddelde presteren zal hij trachten op dat gemiddelde te krijgen en te houden. Bij gedifferentieerd onderwijs zijn de verschillen tussen leerlingen uitgangspunt voor het didactisch handelen van de docent. Die verschillen bepalen de leerinhouden en de leerwegen.

groepen. Het succes van dergelijke cursussen hangt ondermeer samen met de mate waarin deze aansluiten bij de ervaring van docenten. Daarom is het nodig inzicht te verwerven in het differentiatiegedrag van docenten en in de factoren die daarop van invloed zijn. Met name dient aandacht besteed te worden aan de *grenzen* en de *mogelijkheden* die zich in het differentiatiegedrag van docenten voordoen.

Deze publikatie is de rapportage van de start van een omvangrijker onderzoek naar differentiatiegedrag van wiskundedocenten en de factoren die daarop van invloed zijn. Wil men iets aan de weet komen over de wijze waarop en de mate waarin docenten differentiatie toepassen in hun onderwijs, dan is het van belang eerst de mogelijkheden in kaart te brengen die de door hen gebruikte methoden hun daarbij toestaan.

Het wiskundeonderwijs biedt daarvoor gunstige omstandigheden. Bij dat vak bestaat reeds gedurende een reeks van jaren een groot aantal methoden, waarin een breed scala van differentiatiemethodieken wordt toegepast. Men kan dan de invloed onderzoeken die uitgaat van de verschillende differentiatiemethodieken in de leerstof op het differentiatiegedrag van de docenten. In deze publikatie wordt de vraag behandeld welke relatie er kan bestaan tussen verschillende differentiatiemethodieken en de verschillen tussen leerlingen waarbij deze methodieken aansluiten. Als zodanig is deze publikatie ook te beschouwen als de voorbereiding op een nader onderzoek naar de aard van de differentiatiemethodieken van wiskundemethoden. Met dat verdere onderzoek is inmiddels een start gemaakt (zie: Van 't Riet, c.s., 1991).

1. Een herziene definitie van differentiatie

De Koning & Schut (1972) omschrijven differentiatie in het onderwijs als het doen ontstaan van verschillen tussen delen (b.v. scholen, afdelingen, klassen, individuele leerlingen) van een onderwijsstelsel (b.v. het nationale schoolwezen, scholengemeenschappen,

afdelingen, klassen) t.a.v. één of meer aspecten (b.v. doelstellingen, leertijd, instructiemethode). In hun definitie is er dus altijd sprake van een *aspect* en een *mate* van differentiatie. Door nu de mate van differentiatie t.a.v. sommige aspecten te wijzigen kan differentiëren als stuurmiddel in het onderwijs worden gebruikt. Zij merken daarbij op dat in alle vormen en op alle niveaus van het onderwijs sinds jaar en dag gedifferentieerd wordt: in instructiemethode, in doelstellingen, in leertijd.

De vraag hoe differentiatie ingericht en uitgevoerd moet worden, is naar hun mening afhankelijk van de heersende opvatting over de plaats en functie van het onderwijs in de maatschappij. De wijzigingen betreffen meestal de mate waarin, het tijdstip waarop en de aspecten ten aanzien waarvan gedifferentieerd moet worden. In deze benadering is er veel aandacht voor differentiatie modellen en de structuur daarvan. Het woord 'verschillen' in bovenstaande definitie van differentiatie heeft betrekking op delen van een onderwijssysteem. De definitie zou kunnen inhouden, dat bij differentiatie door middel van deze delen van het onderwijssysteem verschillen tussen leerlingen worden nagestreefd, hetgeen mogelijk is maar niet altijd de bedoeling hoeft te zijn, omdat via differentiatie verschillen tussen leerlingen ook verkleind kunnen worden. Over criteria op grond waarvan de bedoelde delen van het onderwijssysteem moeten worden samengesteld, laat bovenstaande definitie zich niet uit.

De Koning (1987, p. 8 e.v.) heeft bovenstaande definitie vrijwel ongewijzigd herhaald, maar voegt vervolgens daaraan een paragraaf toe over criteria op basis waarvan differentiatie maatregelen worden genomen. Deze criteria bestaan uit relevant geachte individuele kenmerken of groepskenmerken. De vraag kan nu gesteld worden, waarom dit aspect van differentiatie niet vermeld wordt in de definitie ervan. Zonder de toevoeging 'op basis van verschillen tussen leerlingen' valt er onder de definitie namelijk ook een aantal onderwijsverschijnselen, welke we liever niet als differentiatie zouden willen betitelen. Zo kunnen er ook verschillen tussen delen van het onderwijssysteem ontstaan door voor het vak wiskunde in de ene school te werken met de ene methode en in de andere school met

een andersoortige methode. Het 'criterium' hierbij is niet een of ander individueel kenmerk of groepskenmerk van leerlingen, maar de vakdidactische opvattingen van wiskunde secties. Ook de wijze waarop wiskundedocenten binnen een zelfde school vaak op grond van eigen opvattingen geheel verschillend werken met dezelfde methode (b.v. wel of niet gebruik makend van de differentiatiemethodiek die in de methode gerealiseerd is), doet verschillen ontstaan tussen klassen. Nu is het criterium de vakdidactische opvatting van de betrokken docenten. Onzes inziens behoren deze verschijnselen niet onder het begrip 'differentiatie' te vallen. Daarom is het van belang in de definitie de criteria te vermelden op grond waarvan men in het onderwijs zou moeten differentiëren, te weten individuele verschillen tussen leerlingen (groepsverschillen zijn daarbij te beschouwen als sommaties van individuele verschillen). Een meer adequate definitie van het begrip 'differentiatie in het onderwijs' zou dus kunnen luiden:

Differentiatie in het onderwijs is het op basis van individuele verschillen tussen leerlingen verschillend behandelen van delen van een onderwijssysteem t.a.v. één of meer aspecten.

Deze definitie houdt in, dat elke beschouwing over differentiatie antwoord zal moeten geven op de vraag, welke individuele verschillen tussen leerlingen de basis voor een verschillende behandeling vormen.

In de volgende paragrafen zullen we ons bezighouden met de vraag welke individuele verschillen tussen leerlingen een rol spelen in welke differentiatiemethodieken. We zullen om te beginnen inventariseren welke verschillen tussen leerlingen in de literatuur worden aangegeven als relevant voor het wiskundeonderwijs. Vervolgens zullen we nagaan welke verbanden er kunnen bestaan tussen deze verschillen enerzijds en een aantal voor het wiskundeonderwijs belangrijke differentiatiemethodieken anderzijds. Ten slotte zullen we

enkele conclusies trekken en suggesties doen voor het verdere onderzoek.

2. Verschillen tussen leerlingen in het wiskundeonderwijs

2.1. Verschillen in algemene leerlingkenmerken

In de onderwijskundige literatuur treffen we een groot aantal leerlingkenmerken aan die relevant zijn voor het onderwijs, variërend van leeftijd en geslacht tot intelligentie en ontwikkelingsniveau (b.v. Creemers, 1987, p. 105). Ook uit onderzoek op het gebied van rekenen en wiskunde komen algemene leerlingkenmerken zoals intelligentie en sociaal milieu naar voren, die in hoge mate bepalend zijn voor de prestaties van de leerlingen (Suhre, 1987). Leerlingen in de klas verschillen op deze kenmerken. Daarom is het van belang niet alleen in het algemeen rekening te houden met dergelijke kenmerken, maar ook met *verschillen* tussen leerlingen die bij deze kenmerken kunnen optreden. Nuy (1981, p. 21) noemt in dit verband met name verschillen in algemene voorkennis, intelligentie, motivatiestructuur en cognitieve stijl.

2.2 Verschillen in vakspecifieke leerlingkenmerken

Ook in de literatuur over het wiskundeonderwijs treffen we een groot scala van leerlingkenmerken aan die van belang geacht worden voor het wiskundeonderwijs en die specifiek te maken hebben met het leren van wiskunde. Genoemd worden (Brassell, Petry & Brooks, 1980; Broekman, 1984, 1986; Johnson & Rising, 1972, p. 328; Linn en Pulos, 1983; Meester, Schoemaker & Vedder, 1980, p. 9 e.v.; Roberge & Flexer, 1983):

- cognitief vermogen met betrekking tot het leren van wiskunde, zoals het vermogen te redeneren, reflectief te denken, problemen op te lossen, te ordenen, te structureren, veld(on)afhankelijkheid;
- wiskundig vermogen, het vermogen symbolen te gebruiken, logisch te redeneren en te rekenen;
- ervaring met wiskunde, kennis van wiskundige begrippen, structuren en processen;
- motivatie, interesses, attitudes, voorkeuren, met name ook ten opzichte van wiskunde;
- fysieke, emotionele en sociale rijpheid, operationele ontwikkeling, sociale instelling;
- sexe, wiskundig zelfbeeld, faalangst, angst voor wiskunde;
- speciale talenten zoals creativiteit of deficiënties zoals tekort aan leesvaardigheid of geheugenfuncties;
- leergewoonten en leerstijlen, zelfdiscipline, aandacht, concentratie, rigiditeit versus flexibiliteit, visuele, verbale of motorische instelling, werkstijl, organisatie van schriftelijk werk.

Het is niet altijd na te gaan of de auteurs bij deze leerlingkenmerken denken aan aanleg of verworven kennis en vaardigheden. Dit onderscheid is echter voor de praktijk van het wiskundeonderwijs slechts van relatief belang. Het gaat immers bij bovenstaande wiskundige vermogens steeds om capaciteiten van leerlingen die slechts in een langdurig leerproces kunnen worden beïnvloed. Daarom zal de relatie, die er bestaat tussen deze vermogens en de in de klas gebruikte differentiatiemethodiek, nauwelijks beïnvloed worden door het feit of we met aanleg of met verworven vermogens te doen hebben. Van belang is dat het bij deze leerlingkenmerken om vermogens gaat met een min of meer duurzaam karakter, dat wil zeggen betrekkelijk stabiele, voor het onderwijs relevante kenmerken van leerlingen. Een benadering van de differentiatieproblematiek op basis van verschillen tussen leerlingen ten aanzien van algemene en specifieke kenmerken zullen we daarom *persoonlijkheidspsychologisch* noemen. Dergelijke kenmerken worden niet altijd expliciet gemeten,

maar werken impliciet door in de schoolprestaties van de leerlingen, welke in het algemeen de belangrijkste informatiebron vormen voor het nemen van differentiatiebeslissingen over leerlingen en over de voortgang van het onderwijs.

2.3. Verschillen in leeractiviteiten

Nuy (1981, p. 21) wijst erop, dat in het onderwijs naast verschillen in persoonlijkheidskenmerken ook leertaakgebonden en tijdgebonden verschillen tussen leerlingen een grote rol spelen. Hij pleit er voor individuele verschillen tussen leerlingen breed op te vatten. Het gaat hem dan om verschillen in behoeften van de leerlingen met betrekking tot de aard van het schoolwerk in de ruimste zin van het woord. Ook Van Eerde & Vuurmans (1987, p. 125 e.v.) wijzen erop, dat bij wiskunde- en rekenonderwijs verschillen tussen leerlingen ontstaan tijdens het leerproces. Deze verschillen houden verband met de specifieke aard van de leerinhouden en komen dus bij verschillende leerstofonderdelen op verschillende wijze tot uiting. Sommige onderwerpen doen een beroep op de praktische instelling van leerlingen, andere op de visuele instelling of op de vaardigheid in het hanteren van bepaalde rekenstrategieën. Ook kan men in dit verband denken aan verschillen in de cognitieve structuur van de leerlingen, welke ontstaan zijn door verschillen in de aan de leertaak gerelateerde voorkennis en welke doorwerken in het verloop van het leerproces (De Corte c.s., 1973, p. 188 e.v.).

In de vakdidactische literatuur over differentiatie in het wiskundeonderwijs komen we dergelijke meer tijd- en leertaakgebonden verschillen tussen leerlingen eveneens tegen (Meester c.s., 1980, p. 19 e.v.). Genoemd kunnen worden:

- verschillen in leertaakspecifieke voorkennis;
- verschillen in leertaakgebonden behoefte aan sorteervoorbeelden, explicitering, verwerkingsopdrachten, praktische toepassingen en materieel handelen;

- verschillen in het oplossingsniveau waarop leerlingen een wiskundig probleem op een bepaald moment aanpakken;
- verschillen in de zoekstrategieën die leerlingen hanteren bij het oplossen van open problemen (men spreekt ook wel over verschillen in aanpakgedrag);
- leertaak gebonden verschillen in de mate waarin leerlingen gefixeerd raken aan het symbolische niveau van de wiskunde;
- verschillen in het noteren van oplossingen;
- tempoverschillen onder invloed van tijdelijke factoren;
- situatie gebonden verschillen in gevoel van zekerheid;
- verschillen in extrinsieke en intrinsieke motivatie welke worden opgeroepen door de situatie en de leertaak;
- verschillen in bereidheid tot samenwerking met medeleerlingen afhankelijk van de omstandigheden.

Sommige van deze leertaak- en tijdgebonden variabelen gelden voor het hele onderwijs, andere staan specifiek in verband met het wiskundeonderwijs.

Hoewel persoonlijkheidskenmerken van invloed kunnen zijn op het verloop van leerprocessen, ligt bij een benadering van differentiatie op grond van leertaak- en tijdgebonden variabelen het differentiatie criterium in het verloop van het leerproces zelf en niet bij de sterk door persoonlijkheidskenmerken beïnvloede schoolprestaties. We zullen de benadering van het differentiatieprobleem op basis van dergelijke leertaak- en tijdgebonden verschillen daarom een *leerpsychologische* benadering noemen ter onderscheiding van de in de vorige paragraaf beschreven persoonlijkheidspsychologische benadering.

In de volgende paragraaf gaan we na in hoeverre een persoonlijkheidspsychologische resp. leerpsychologische benadering van de differentiatieproblematiek doorwerkt in een aantal differentiatie methodieken die van belang geacht moeten worden voor de praktijk van het wiskundeonderwijs.

3. Differentiatiemethodieken en verschillen tussen leerlingen

In de vorige paragrafen gebruikten we reeds het woord 'differentiatiemethodiek' in plaats van 'differentiatiemethode'. Het woord *methode* is algemeen in zwang voor schoolmethoden of leergangen. Gebruik van dit woord voor twee verschillende zaken die bovendien veel met elkaar te maken hebben, leidt bij tijd en wijle tot verwarrende formuleringen. We zullen daarom als het om differentiatie gaat van 'methodiek' spreken en het woord 'methode' reserveren voor schoolmethoden.

De Koning & Schut (1972) geven een overzicht van een aantal differentiatiemethodieken. We zullen de belangrijkste daarvan kort bespreken en nagaan met welk soort verschillen tussen leerlingen deze methodieken rekening houden. Tevens zullen we aangeven hoe deze typen differentiatie in het Nederlandse wiskundeonderwijs worden gerealiseerd.

3.1. Differentiatie op makro-niveau

De eerste differentiatiemethodiek die De Koning & Schut noemen, is die door middel van gescheiden schooltypen. We zullen deze vorm van differentiatie 'differentiatie op makro-niveau' noemen, omdat zij vooral gerealiseerd wordt op het makro-niveau van het onderwijs. Deze vorm van differentiatie sluit aan bij de organisatie van het voortgezet onderwijs, zoals zij door de overheid wettelijk geregeld is. Momenteel is het voortgezet onderwijs in Nederland aansluitend op het basisonderwijs en een zogenaamde brugperiode van een of meer cursusjaren voornamelijk ingedeeld in vier schooltypen (LBO, MAVO, HAVO, VWO). De voor deze schooltypen bestaande leerplannen omvatten voor wiskunde vier verschillende examenprogramma's: LBO-MAVO-C, LBO-MAVO-D, HAVO en VWO (Vademecum voor de wiskundeleraar, 1986). Daarnaast hebben LBO-scholen de mogelijkheid hun leerlingen het vak wiskunde te laten afsluiten op een zogenaamd A- of B-niveau.

De indeling van de leerlingen in de vier schooltypen vindt plaats op grond van een combinatie van schoolprestaties in alle vakken, advisering door begeleiders al of niet met behulp van de uitkomsten van psychologische tests, en de eigen keuze van de leerling en diens ouders of verzorgers. De belangrijkste verschillen tussen leerlingen die hierbij een rol spelen, zijn die met betrekking tot algemene persoonlijkheidskenmerken al of niet doorwerkend in schoolprestaties. Alleen bij de indeling van de leerlingen naar A-, B-, C- en D-niveau in het LBO en MAVO spelen de specifiek wiskundige leerlingkenmerken een rol via hun invloed op de prestaties bij het vak wiskunde.

3.2. Differentiatie op meso-niveau

De Koning & Schut noemen voorts twee methodieken van wat we 'differentiatie op meso-niveau' zullen noemen: streaming en setting. We zullen hierna spreken van *algemene niveaugroepering*, resp. *vak-specifieke niveaugroepering*.

a. *Algemene niveaugroepering*

Algemene niveaugroepering (streaming) is een differentiatiemethodiek binnen de school, waarbij men de leerlingen administratief bij elkaar houdt, maar opsplijt in niveaugroepen die meer homogeen zijn met betrekking tot schoolprestaties in het algemeen. Overgangen tussen de groepen kunnen mogelijk gemaakt worden door speciale maatregelen. Een dergelijke vorm van differentiatie ligt op het terrein van de verantwoordelijkheid van de school en behoeft per afzonderlijk schoolvak nog niet tot homogene groepen te leiden. Daarom lost deze methodiek de differentiatieproblematiek in het wiskundeonderwijs niet werkelijk op. Het zullen bij algemene niveaugroepering vooral de algemene persoonlijkheidskenmerken zijn, doorwerkend in algemene schoolprestaties, welke bepalend zijn voor de indeling van de leerlingen.

b. Vakspecifieke niveaugroepering

De Koning & Schut beschouwen vakspecifieke niveaugroepering of 'vakniveaudifferentiatie' (setting) als een vorm van differentiatie binnen de school, waarbij de leerlingen bij elk vak worden ingedeeld in groepen die meer homogeen zijn naar 'vakniveau'. Daarbij moet het klasseverband per vak worden doorbroken. De Corte c.s. (1980, p. 311) spreken over 'streaming per vak'. Elders wordt het begrip 'setting' eveneens gebruikt voor een dergelijke vorm van differentiatie binnen klasseverband (Geerligs & Van der Veen, 1987, p. 83). Ook vakspecifieke niveaugroepering is een differentiatiemethodiek die ligt op het terrein van de verantwoordelijkheid van de school en de daarin opererende vaksecties. Hier is het functioneren van de leerlingen bij het vak wiskunde en hun prestaties in dat vak bepalend voor de differentiële behandeling die zij bij het wiskundeonderwijs krijgen. Het zijn vooral de voor wiskunde specifieke persoonlijkheidskenmerken, die een grote invloed hebben op de toewijzing van de leerlingen aan de vakniveaugroepen.

Vanuit het gezichtspunt van het wiskundeonderwijs is de mogelijkheid van vakspecifieke niveaugroepering (setting) interessanter dan die van algemene niveaugroepering (streaming). Met name in de brugperiode en bij de indeling van leerlingen naar A-, B-, C- of D-niveau in LBO-MAVO is vakspecifieke niveaugroepering mogelijk. Ons zijn echter in Nederland geen scholen bekend waar men voor wiskunde met een systeem van niveaugroepering per vak werkt, dat het algemene klasseverband doorbreekt. Wel zullen er wiskundedocenten zijn die een vorm van vakspecifieke niveaugroepering binnen klasseverband hanteren. Ook hier zijn het dan vooral de voor wiskunde specifieke persoonlijkheidskenmerken die de groeperingswijze het sterkst zullen beïnvloeden.

3.3 Differentiatie op micro-niveau

Ten slotte noemen De Koning & Schut de differentiatie binnen klasseverband of interne differentiatie, door ons aangeduid als

differentiatie op micro-niveau. Daarbij tracht men naast gemeenschappelijke onderwijsactiviteiten binnen het verband van de klas op systematische wijze verschillen aan te brengen in leerinhouden (doelstellingen), instructiecondities en leertijd voor de leerlingen. Verschillende auteurs maken bij deze vorm van differentiatie onderscheid tussen *produktgerichte* en *procesgerichte* benaderingen (Terwel, 1986; Van Eerde & Vuurmans, 1987, p. 124 e.v.).

a. Produktgerichte differentiatie binnen klasverband

Bij een produktgerichte methodiek van interne differentiatie zijn het de actuele prestaties van de leerlingen, die de belangrijkste informatiebron vormen voor het nemen van differentiatiebeslissingen. Deze prestaties worden bijvoorbeeld gemeten met behulp van diagnostische toetsen. Op grond van die prestaties kunnen leerlingen vervolgens worden ingedeeld in verschillende instructiecondities. Het bekendste voorbeeld van een produktgerichte benadering is de Basisstof-Herhalingsstof-Verrijkingstof-methodiek (BHV-methodiek, ook wel BHE-methodiek genoemd, waarin de E voor 'Extra stof' staat). Ook tempodifferentiatie kan worden opgevat als een vorm van produktgerichte differentiatie. Elke leerling kan daarbij in zijn eigen tempo aan de stof werken, alvorens zijn prestaties worden vastgesteld. Iets dergelijks geldt voor de Basisstof-'Extra stof'-methodiek (BE-methodiek), waarbij tempoverschillen tussen leerlingen kunnen worden opgevangen door de snellere leerlingen extra stof te laten doorwerken.

Bij deze produktgerichte vormen van differentiatie is de differentieële behandeling van de leerlingen gebaseerd op diagnostische momenten of op het eigen tempo van de leerling. Het is daarbij vooral de prestatie als eind- of tussenprodukt van het leerproces, welke het verloop van het onderwijs aan de leerling bepaalt. Het verloop van het leerproces, waarlangs de leerlingen tot hun prestaties komen, speelt in deze differentiatiemethodiek geen rol van betekenis. Dit wil niet zeggen dat auteurs en docenten die deze methodiek gebruiken geen oog zouden hebben voor de leerprocessen van de leerlingen, maar wel dat zij de met de leerprocessen samenhangende leertaak-

en tijdgebonden verschillen tussen leerlingen niet beschouwen als relevant voor een differentiële behandeling van leerlingen. In het algemeen kunnen we zelfs verwachten, dat wiskundedocenten die met deze produktgerichte methodiek van differentiatie werken een beperkt aantal oplossingsmethoden tot inzet van het leerproces maken, en wel die oplossingsmethoden die effectief geacht worden voor het oplossen van belangrijk gevonden typen problemen. Op die wijze, zo zou geredeneerd kunnen worden, krijgen de leerlingen de beste kans goede prestaties te leveren. Het kunnen hanteren van standaardoplossingsmethoden kan aldus impliciet of expliciet tot de vereiste prestaties gaan behoren. De prestaties die in deze produktgerichte differentiatiemethodiek de voortgang van het onderwijs bepalen, zullen nu in sterke mate worden beïnvloed door de voor wiskunde specifieke persoonlijkheidskenmerken van leerlingen. Daarmee zijn deze kenmerken de belangrijkste impliciete criteria voor de differentiatie.

In het wiskundeonderwijs komen we de produktgerichte benadering van differentiatie in de vorm van de BHV- of BHE-methodiek zeer expliciet tegen in het voormalige MAVO-project (MAVO-project, Projectboek, Deel 3, 1979-1982) en in de veelgebruikte wiskundemethode 'Getal en Ruimte' (Dijkhuis c.s., 1983 en 1989). De eveneens veelgebruikte wiskundemethode 'Sigma' (Van Bemmelen c.s., 1987) hanteert een enigszins aan de BHE-methodiek aangepaste vorm van de BE-methodiek.

b. Procesgerichte differentiatie binnen klasverband

Bij een procesgerichte benadering van interne differentiatie richten men zich niet op de prestaties van de leerlingen in de vorm van diagnostische scores of leertempo, maar op het verloop van hun leeractiviteiten. Leerlingen worden daarbij in de gelegenheid gesteld hun eigen leerweg te volgen, hun eigen aanpakgedrag te realiseren en hun eigen oplossingsstrategieën uit te proberen. De niveauverschillen tussen de leerlingen leiden hier niet tot andere instructiecondities voor de leerlingen, maar worden langs twee wegen tot onderdeel van het leerproces gemaakt. Enerzijds wordt gewerkt met

opgaven en probleemsituaties die op geheel verschillende manieren zijn op te lossen. Zo kan de ene leerling gebruik maken van een tekening, terwijl de andere leerling via een berekening aan de oplossing komt. De ene leerling kan inductief, de andere kan deductief te werk gaan. Anderzijds kunnen de leerlingen van elkaar leren doordat de docent hun verschillende manieren van probleemaanpak onderling met hen vergelijkt en laat becommentariëren. De mogelijkheid uiteenlopende eindniveaus te bereiken blijft daarbij uitdrukkelijk bestaan, terwijl de leerstof voor alle leerlingen hetzelfde is. Wel vereist deze methodiek daarom leerstof die allerlei verschillende aanpakken van leerlingen toelaat.

In vergelijking met produktgerichte differentiatie kunnen we stellen, dat het differentiële moment bij deze procesgerichte interne differentiatiemethodiek niet ligt in de door persoonlijkheidskenmerken bepaalde prestaties, maar in de leertaak- en tijdgebonden factoren die tijdens het leerproces een rol spelen. Het zijn niet de voor wiskunde specifieke vermogens van de leerlingen die het differentiële verloop van het door hen te volgen wiskundeonderwijs bepalen, maar het is vooral de aard van hun leeractiviteiten die dit doet. We zullen dan ook de procesgerichte interne differentiatiemethodiek 'leerpsychologisch' van aard noemen. Zij maakt gebruik van de leerlingverschillen welke we in paragraaf 2.3 in beschouwing hebben genomen. In het wiskundeonderwijs is het met name de veelgebruikte methode 'Moderne Wiskunde', zowel in haar 4e als in haar 5e editie (Abels c.s., 1987, 1988), die expliciet deze procesgerichte vorm van interne differentiatie hanteert.

3.4 Implicaties voor het verdere onderzoek

Op grond van het voorgaande kunnen we stellen dat het onderscheid tussen produkt- en procesgerichte interne differentiatiemethodieken relevant is voor het wiskundeonderwijs. Dit onderscheid tussen produkt- en procesgerichte benaderingen lijkt zich bovendien niet beperkt tot differentiatiemethodieken de wiskundemethoden.

Terwel (1986, p. 355) spreekt naar aanleiding van het WRR-rapport over de invoering van de basisvorming zelfs over 'twee stromingen in de wiskundendidactiek': een produktgerichte en een procesgerichte stroming. Aangezien het bij wiskundemethoden als 'Getal en Ruimte', 'Sigma' en 'Moderne Wiskunde' om veel gebruikte methoden gaat (volgens schattingen van de uitgevers bestrijken zij samen ruim 80% van de markt in de onderbouw van het MAVO, HAVO en VWO), en ook minder veel gebruikte wiskundemethoden vergelijkbare methodieken van differentiatie hanteren, is het voor een onderzoek naar het differentiatiegedrag van wiskundedocenten van groot belang de differentiatiemethodieken van de belangrijkste wiskundemethoden aan een nauwkeuriger analyse te onderwerpen. De verbanden die we hier boven verondersteld hebben tussen differentiatiemethodieken enerzijds en individuele verschillen tussen leerlingen anderzijds, kunnen bij zo'n analyse een rol van betekenis spelen. In de volgende paragraaf zullen we een schets geven van een analysestrategie voor de differentiatiemethodiek van schoolmethoden, welke wellicht generaliseerbaar is naar schoolmethoden in het algemeen.

4. Een analysestrategie voor de differentiatiemethodiek van schoolmethoden

Zoals reeds opgemerkt is de inhoud van deze publikatie bedoeld als een voorstudie voor een groter onderzoek naar de wijze waarop wiskundedocenten gebruik maken van de mogelijkheden die hun wiskundemethode hun biedt teneinde gedifferentieerd les te geven. Daarvoor is het van belang die mogelijkheden tot differentiatie in kaart te brengen door middel van een systematische analyse van de differentiatiemethodiek welke in hun wiskundemethode gehanteerd wordt. Uitgaande van een opvatting over differentiatie waarin de individuele verschillen tussen leerlingen een rol spelen als direct of indirect differentiatiecriterium, zullen we bij zo'n analyse vier fasen moeten doorlopen.

In de *eerste fase* wordt geïnventariseerd welke verschillen tussen leerlingen in de onderwijskundige en vakdidactische literatuur als relevant worden beschouwd voor het wiskundeonderwijs. Deze fase hebben we inmiddels doorlopen en in paragraaf 2 onze bevindingen weergegeven.

In de *tweede fase* moet worden onderzocht welke differentiatiemethodieken van belang zijn voor het wiskundeonderwijs en hoe die methodieken kunnen samenhangen met de verschillen tussen leerlingen waarmee zij rekening houden. In paragraaf 3 hebben we hierover gerapporteerd.

In de *derde fase* zullen we vervolgens het begeleidende materiaal bij de wiskundemethoden moeten onderzoeken op het aspect van differentiatie. In de praktijk van het onderwijs is er vaak sprake van discrepantie tussen de wijze waarop auteurs van schoolmethoden hun materiaal hebben bedoeld en de wijze waarop docenten er in de les gebruik van maken (Reints, 1983). Auteurs kunnen een bijdrage leveren aan de gedeeltelijke opheffing van deze discrepantie door ondersteuningsdocumenten zoals docentenhandleidingen en ander begeleidend materiaal bij hun methoden te leveren, waaruit docenten kunnen opmaken vanuit welke didactische opvattingen die methoden zijn geschreven en hoe zij volgens de auteurs zijn te gebruiken. Wil onze analysestrategie gegevens opleveren die van belang kunnen zijn voor het verder onderzoek naar differentiatiegedrag van wiskundeleraars, dan zullen we zeker ook de door de auteurs gekozen uitgangspunten en gepropageerde werkwijze in onze analyse moeten betrekken. In deze fase kunnen we dan nagaan welke verschillen tussen leerlingen en welke differentiatiemethodieken zijn terug te vinden in het begeleidende materiaal bij wiskundemethoden en hoe hun onderlinge samenhang door de auteurs van die methoden wordt gezien. Daarnaast kan geïnventariseerd worden welke aanwijzingen auteurs docenten geven om gebruik te maken van de differentiatiemogelijkheden van hun methode. Vergelijking met de bevindingen uit fase 1 en 2 kan duidelijk maken in welke opzichten auteurs van methoden specifieke keuzen hebben gemaakt

en vanuit welke opvattingen over leerlingen, wiskundeonderwijs en differentiatie zij werken.

In de *vierde fase* tenslotte kan dan onderzocht worden in hoeverre de bevindingen uit de derde fase ook zijn terug te vinden in een representatief deel van de leerstof. Voor deze vierde fase zullen nadere deelstrategieën moeten worden ontworpen.

In feite is hiermee in grote lijnen een analysestrategie geschetst, welke niet alleen voor het onderzoek van het wiskundeonderwijs van belang kan zijn, maar welke wellicht generaliseerbaar is naar andere schoolvakken. Voorwaarde voor de derde fase van de analysestrategie is wel dat de auteurs van methoden in voldoende mate hun opvattingen en werkwijze in publikaties hebben uiteengezet. De resultaten van de analyse zullen voorts aan belang winnen naar mate de geanalyseerde schoolmethoden representatiever zijn voor een groot deel van het vakonderwijs en zij onderling sterker van elkaar verschillen op het punt van hun differentiatiemethodiek. Een interessante vraag daarbij is of het onderscheid tussen produkt- en procesgerichte interne differentiatiemethodieken ook van betekenis is of kan zijn voor andere vakken dan wiskunde.

Samengevat komt de door ons voorgestelde analysestrategie voor de differentiatiemethodiek van schoolmethoden op het volgende neer:

Fase 1. De verschillen tussen leerlingen die in de onderwijskundige en vakdidactische literatuur worden genoemd als zijnde van belang voor het vakonderwijs worden geïnventariseerd en geclassificeerd.

Fase 2. Van de voor het vakonderwijs meest relevante differentiatiemethodieken wordt nagegaan met welke van de in fase 1 gevonden verschillen tussen leerlingen de betrokken methodieken al of niet rekening houden.

Fase 3. De documentatie bij de schoolmethoden voor het betreffende vakonderwijs wordt beschreven met betrekking tot de differentiatiemethodiek en de verschillen tussen leerlingen waarvan de auteurs zeggen, dat zij er bij hun differentiatiemethodiek rekening mee houden, en deze gegevens worden vergeleken met die uit fase 2.

Fase 4. De bevindingen uit fase 3 worden gecontroleerd door de analyse van een representatief gedeelte van de leerstof uit de betreffende schoolmethoden.

Op grond van de aldus verkregen gegevens kunnen dan vraagstellingen voor verder onderzoek worden geformuleerd met betrekking tot het functioneren van de schoolmethode in de praktijk van het onderwijs of ten aanzien van het differentiatiegedrag van docenten die met deze schoolmethoden werken. In volgende publikaties zullen we rapporteren over de resultaten van de derde en vierde fase van bovenstaande analysestrategie met betrekking tot enkele veelgebruikte wiskundemethoden. Daaraan wordt in het kader van ons onderzoek naar het differentiatiegedrag van wiskundedocenten inmiddels gewerkt.

Literatuur

- Abels, M.J., c.s. (1987, 1988), *Moderne Wiskunde*. Vijfde editie, Delen 1m hv en 2m hv, Groningen, Wolters-Noordhoff.
- Bemmelen, Th. van, c.s. (1987), *Sigma 1 MAVO HAVO VWO*. 2e druk, Groningen, Wolters-Noordhoff.
- Brassell, A., Petry, S. & Brooks, D.M. (1980), Ability grouping, mathematics achievement, and pupil attitude toward mathematics, In: *Journal for Research in Mathematics Education*, 11, 1, p. 22-28.
- Broekman, H. (1984), Leerstijlaspecten; rigiditeit versus flexibiliteit, In: *Euclides*, 60, 3, p. 117-122.
- Broekman, H. (1986), Leerstijlaspecten, Wie ziet wat?, In: *Euclides*, 61, 5, p. 161-167.
- Corte, E. de, Geerligs, C.T., Lagerweij, N.A.J., Peters, J.J. & Vandenbergh, R. (1980), *Beknopte didaxologie*. Groningen, Tjeenk Willink, 5e druk.
- Creemers, B.P.M. (1987), Didaxologie en curriculumtheorie. In: Lagerweij, N.A.J. & Vos, J.F., (Red.), *Onderwijskunde, een inleiding*. Groningen, Wolters-Noordhoff, p. 101-125.
- Dijkhuis, J.H., c.s. (1983 e.v.), *Getal en Ruimte*, Culemborg.

- Dijkhuis, J.H., c.s. (1989), *Getal en Ruimte*. Documentatie, Wiskunde voor het voortgezet onderwijs, Culemborg, 9e druk.
- Eerde, D. van & Vuurmans, A.C. (1987), *Psychologie in het reken/wiskundeonderwijs*. Groningen, Wolters-Noordhoff.
- Franssen, H.A.M. & Lagerweij, N.A.J. (1983), *Onderwijskunde in ontwikkeling*. Culemborg.
- Geerligts, T. & Veen, T. van der (1987), *Lesgeven, Interne differentiatie in de praktijk*. Assen/Maastricht, Van Gorcum.
- Johnson, D.A. & Rising, G.R. (1972), *Guidelines for teaching mathematics*. Second edition, Belmont, California, Wadsworth Publishing Company Inc.
- Koning, P. de (1987), *Programmadifferentiatie in het voorgezet onderwijs*. Lisse, Swets en Zeitlinger.
- Koning, P. de & Schut, B. (1972), *Gedifferentieerd onderwijs*. Discussienota voor de deelnemers van de V.O.N.-conferentie in 1972.
- Lagerweij, N.A.J. & Vos, J.F., (Red.) (1987), *Onderwijskunde, een inleiding*. Groningen, Wolters-Noordhoff.
- Linn, M.C. & Pulos, S. (1983), Aptitude and experience influences on proportional reasoning during adolescence: Focus on male-female differences, In: *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 1, p. 30-46.
- MAVO-Projekt, *Projekthandboek* (1972-1983). Deel 3, Natuurwetenschappelijke Vakken en Wiskunde, Rubriek H, Wiskunde.
- Meester, F., Schoemaker, G. & Vedder, J. (1980), *Rekening houden met individuele verschillen*. Nederlandse Vereniging van wiskundeleraren, Utrecht.
- Nuy, M.J.G. (1981), *Interne differentiatie, Over het ontwerpen van geïndividualiseerde onderwijsarrangementen*. 's-Hertogenbosch, Katholiek Pedagogisch Centrum.
- Reints, A. (1983), Curriculum en onderwijsvernieuwing, In: Franssen, H.A.M. & Lagerweij, N.A.J., *Onderwijskunde in ontwikkeling*. Culemborg, p. 73-94.
- Riet, S.P. van 't, Gruyter, A.H. de & Vonk, J.H.C. (1991), Individuele verschillen tussen leerlingen en de differentiatie-methodieken van twee grote methoden in het Nederlandse wiskundeonderwijs. In: *Tijdschrift voor Beta-didaktiek*. (in druk).

- Roberge, J.J. & Flexer, B.K. (1983), Cognitive style, operativity and mathematics achievement, In: *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 5, p. 344-353.
- Suhre, C. (1987), Effectief gebruik van rekenmethoden: Evaluatieonderzoek in het laatste jaar van de basisschool, In: *T.V.O.*, 12, 6, p. 344-354.
- Terwel, J. (1986), Basisvorming en het ontwerpen van onderwijsleersituaties voor 12-16-jarigen. In: *Pedagogisch Tijdschrift*, 11, 6, p. 354-366.
- Vademecum voor de Wiskundeleraar* (1986). Groningen, Wolters-Noordhoff.

Een uitgave van de Vakgroep Onderwijskunde t.b.v. de Lerarenopleiding aan de Vrije Universiteit, Amsterdam en de Hogeschool Windesheim, Zwolle.
De Boelelaan, 1115, 1081 HV Amsterdam.

© Van 't Riet, S.P., De Gruyter, A.H. & Vonk, J.H.C., 1991.

Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotokopie, microfilm of op welke andere wijze dan ook, zonder voorafgaande, schriftelijke toestemming van de houder van het auteursrecht.